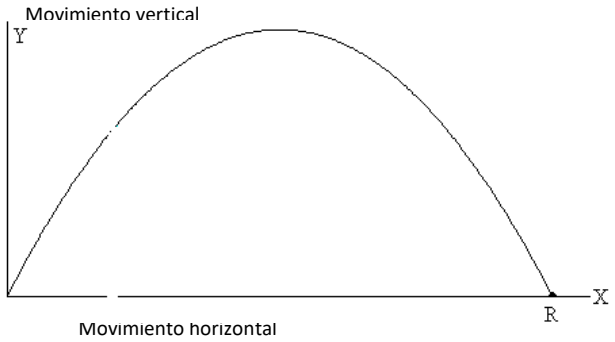
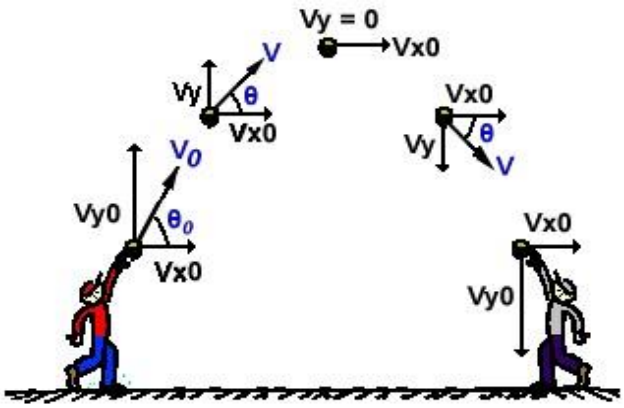
El movimiento parabólico es un movimiento compuesto por dos movimientos: uno vertical (MUA) y otro horizontal (MRU).



El movimiento vertical ascendente del cuerpo disminuye su velocidad exactamente en la misma proporción en la que aumenta cuando se dirige hacia abajo. El cuerpo asciende y pierde velocidad hasta que se detiene, instantáneamente, en el punto más alto, y luego desciende empleando en regresar al mismo nivel el mismo tiempo que empleó en subir.

VELOCIDAD EN EL MOVIMIENTO PARABOLICO

El movimiento parabólico se origina cuando el cuerpo es lanzado con una velocidad inicial que forma un ángulo con la horizontal.



Como la velocidad inicial forma un ángulo θ con la horizontal, entonces tiene dos componentes v_{0x} y v_{0y}, dadas por:

$$V_{ox} = v_0\cos\theta \qquad v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\theta$$

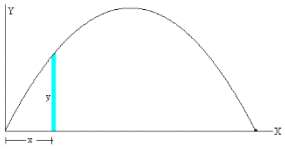
En cualquier otro punto de la trayectoria la velocidad es también compuesta y está dada por:

$$V_x = Vi_x = \text{constante}$$

$$V_y = v_{oy} - gt$$

Y $\quad Vo = \sqrt{vx^2 + vy^2}$

DESPLAZAMIENTOS



Horizontal $\quad X = vo_x . t$

Vertical $\quad Y = V_{oy} - 1/2\, gt^2$

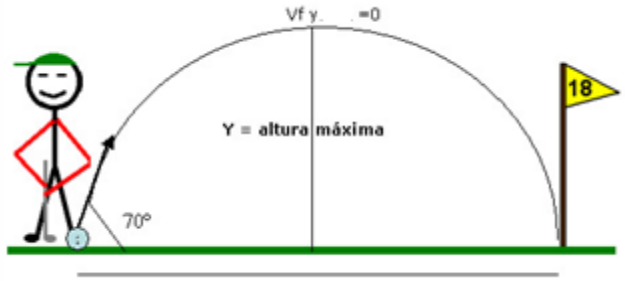
ACELERACION

En este movimiento la aceleración solo actúa sobre el movimiento vertical y está dirigida verticalmente hacia abajo (aceleración de la gravedad).

Conexión con el deporte. Los siguientes son ejemplos de movimientos parabólicos.

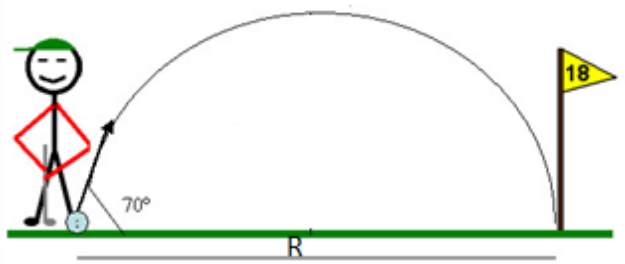
Otros elementos importantes a tener en cuenta en el movimiento parabólico:

ALTURA MÁXIMA (Ymáx). Cuando el cuerpo es lanzado, comienza a subir por la velocidad en y que se le dio. Esta velocidad comienza a disminuirse(por efectos de la gravedad) hasta llegar a cero, entonces no puede seguir subiendo: ha logrado su máxima altura.



$$h = y\ máx = \frac{v_i^2 sen^2\theta}{2g}$$

ALCANCE (R). Es la distancia entre el punto de lanzamiento y el punto de llegada.



$$R = x\ máx = \frac{v_i^2 sen2\theta}{g}$$

El alcance será máximo cuando el ángulo de lanzamiento sea de 45º.

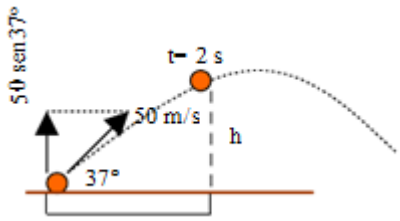
TIEMPO DE VUELO(tv). Es el tiempo que tarda el cuerpo desde que se lanzó hasta tocar el suelo. El tiempo que dura el cuerpo en el aire.

$$t_v = \frac{2\, v_i^2 .\cos\theta . sen\,\theta}{g}$$

EJERCICIO MODELO

Se lanza un objeto con velocidad de 50 m/seg formando un ángulo de 37º con la horizontal. Determinar la altura que alcanza el cuerpo 2 segundos después del lanzamiento.

Datos: vi= 50 m/s
θ=37º
t = 2 s



Hallemos las componentes de la velocidad inicial:

Vix = vi.cosθ = 50.cos 37 = 39,93 m/seg

Viy = vi.senθ = 50 . sen 37 = 30,09 m/seg

Para calcular la altura utilizamos la componente vertical, es decir:

$$v_i = 50 sen 37° = 50\frac{3}{5} = 30 m/s$$

Utilizamos la ecuación: $h = v_i t + \frac{1}{2} g t^2$

$h = 30.2 - \frac{10 . 2^2}{2} = 60 - 20$ $\underline{h = 40m}$

Cuál es la máxima altura que alcanza?

$y\ máx = \frac{v_i^2 sen^2\theta}{2g}$

$Ymáx = \frac{50^2 . Sen^2(37)}{2.10} = \frac{2500.0,36}{20}$ $\underline{Ymáx = 45m}$

Qué velocidad lleva el cuerpo 0,8 seg después de ser lanzado?

Recordemos que la velocidad es compuesta, tiene componente en x y en y.

Vx = ViX = 39,93 m/seg

Vy = viy – a.t = 30,09 – 10. 0,8 = 30,09 – 8 vy = 22,09 m/seg

Así $v = \sqrt{vx^2 + vy^2} = \sqrt{39,93^2 + 22,09^2}$

V= 45,63 m/seg

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA PAZ	
Materia: Física	**Taller: Plan de mejoramiento - Lic. M ing. Javier Gómez R.**	Periodo 2

1. Desde un piso horizontal, un proyectil es lanzado con una velocidad inicial de 10 m/s formando 30º con la horizontal. Si consideramos que la aceleración de la gravedad es 10 m/s^2. Calcular:
a) El tiempo que tarda en llegar al piso.
b) La máxima altura que alcanza.
c) ¿A qué distancia del punto de lanzamiento choca con el piso?

2. Un cañón que forma un ángulo de 45° con la horizontal, lanza un proyectil a 20 m/s, a 20 m de este se encuentra un muro de 21 m de altura. Determinar:

a) ¿A qué altura del muro hace impacto el proyectil?.
b) ¿Qué altura máxima logrará el proyectil?.
c) ¿Qué alcance tendrá?.
d) ¿Cuánto tiempo transcurrirá entre el disparo y el impacto en el muro?.

3. Una moto de agua que va a 140 km/h salta con un ángulo de 40° sobre el mar.
a) ¿Que distancia saltara?
b) ¿Que altura máxima alcanzara la moto sobre el mar?

4. Un bombero desea apagar el fuego en un edificio. Para ello deberá introducir agua por una ventana situada a 10 m de altura. Si sujeta la manguera a 1 metro del suelo, apuntándola bajo un ángulo de 60° hacia la fachada (que dista 15 m), ¿con qué velocidad debe salir el agua?

5. Un cañón dispara un proyectil con una velocidad de 400 m/s y un ángulo de elevación de 30°. Determina:

a) ¿En qué instante (tiempo) el proyectil alcanza el punto más alto de la trayectoria? B Halla la altitud de ese punto.
c) El alcance del proyectil

6. Un proyectil es lanzado con una velocidad 30 m/s de manera que forma 60º con la horizontal. Calcular la velocidad del proyectil en su punto más alto

7. Se patea un balón de fútbol con un ángulo de 37° con una velocidad de 20 m/s. Calcule:
a) La altura máxima.
b) El tiempo que permanece en el aire.
c) La distancia a la que llega al suelo.
d) La velocidad en X y Y del proyectil en el punto más alto.

8. Un proyectil es disparado con una rapidez inicial de 75.2 m/s, a un ángulo de 34.5° por encima de la horizontal a lo largo de un campo de tiro plano. Calcule
a) La máxima altura alcanzada por el proyectil. Y tiempo en llegar a esa altura
b) El tiempo que total que el proyectil permanece en el aire
c) La distancia horizontal total (alcance máximo)
d) La velocidad de X y Y en el punto más alto

9- Una flecha se dispara con un ángulo de 50° con respecto a la horizontal y con una velocidad de 35 m/s.

a) La máxima altura alcanzada por el proyectil. Y tiempo en llegar a esa altura
b) El tiempo que total que el proyectil permanece en el aire
c) La distancia horizontal total (alcance máximo)
d) La velocidad de X y Y en el punto más alto

10. Una moto de agua que va a 60 km/h salta con un ángulo de 15° sobre el mar.
a) .Que distancia saltara?
b) .Que altura máxima alcanzara la moto sobre el mar?

11. Una moto de agua que va a 120 km/h salta con un ángulo de 30° sobre el mar.
a) ¿Que distancia saltara?
b) ¿Que altura máxima alcanzara la moto sobre el mar?

12. Un **portero saca el balón** desde el césped a una velocidad de 27 m/s. Si la pelota sale del suelo con un ángulo de 42° y cae sobre el campo sin que antes lo toque ningún jugador, calcular:

- Altura máxima del balón
- Distancia desde el portero hasta el punto donde caerá en el campo
- Tiempo en que la pelota estará en el aire

13. Un **portero saca el balón** desde el césped a una velocidad de 21 m/s. Si la pelota sale del suelo con un ángulo de 41° y cae sobre el campo sin que antes lo toque ningún jugador, calcular:

- Altura máxima del balón
- Distancia desde el portero hasta el punto donde caerá en el campo
- Tiempo en que la pelota estará en el aire

14. Desde la mitad de una cancha se golpea un balón con una velocidad de 500m/s y un ángulo de 30°. Despreciando el rozamiento con el aire, calcular:
a) la cancha ubicada50m. hará gol

En los siguientes ejercicios usar el simulador phet
https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion_es.html

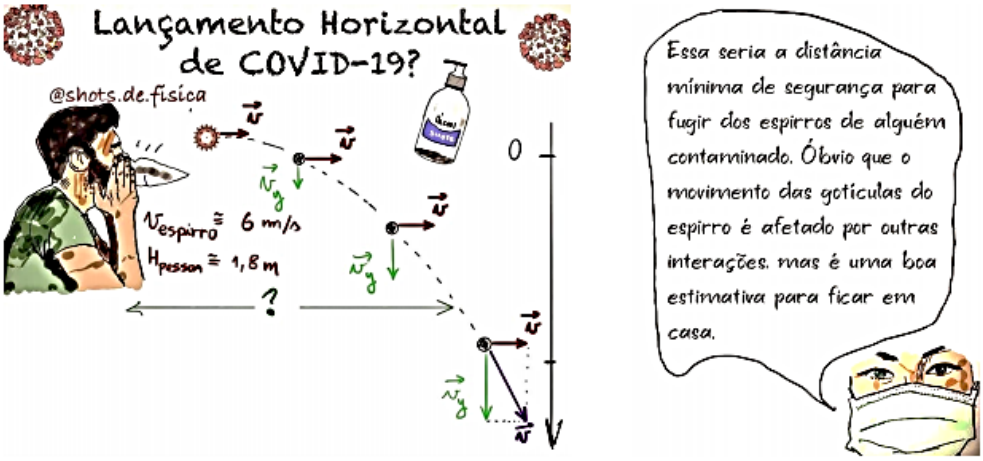
Simulación A. Escoja una velocidad inicial y un ángulo.
compare sus cálculos con los del simulador:

Columna A	Columna B	Columna C
Parámetro de vuelo	Predicción con Fórmula Cinemática **antes** de lanzar (elija un ángulo y una velocidad)	Medida **después** de realizado el lanzamiento. Tomar foto ó (Imppt)
a. Componentes en X e Y del vector de velocidad inicial	$V_{0X} = V_0 \cos\theta =$ $V_{oy} = V_0 \sin\theta =$	Esta medida no la realice para V_{ox} y V_{oy}
b. Tiempo para altura máxima (s)	$t = \frac{v_0 sen\theta}{g} =$	
c. Tiempo total de vuelo (s)	$T = \frac{2v_0 sen\theta}{g} =$	
d. Altura máxima o Y máxima(m)	$h = Y_{MAX} = \frac{(v_0 \sin\theta)^2}{2g} =$	
e. Alcance horizontal o X máximo(m)	$R = \frac{{v_0}^2 \sin 2\theta}{g} =$	

Simulación B

UTILEZE ESSE ESPAÇO PARA COLAR ESTA FOLHA EM SEU CADERNO

PARTE 2



Considerando uma pessoa de 1,8 m de altura, e que as gotículas do espirro saem horizontalmente com velocidade de 6m/s, podemos calcular o alcance máximo para essas partículas usando as equações para o lançamento horizontal. Desconsiderando o atrito, a velocidade se mantem constante na horizontal, pois não tem nenhum ente físico à acelerando ou freando. Já na vertical o movimento é constantemente acelerado devido à gravidade ($g \cong 10m/s^2$).

VERTICAL:

Use a equação abaixo para calcular o <u>**tempo de queda**</u>:

$$\Delta H = v_{0y} \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Considere ΔH como sendo altura da pessoa. Como as gotículas do espirro saem horizontalmente, a velocidade v_{0y} é nula. Isolando o tempo você chega na equação discutida na PARTE 1

$$t = \sqrt{(2 \cdot \Delta H)/g},$$

onde o tempo de queda depende apenas da altura e da gravidade.

HORIZONTAL:

Use a equação abaixo e o tempo calculado no item anterior, ou seja, o tempo que a gotícula levou para alcançar o solo, para calcular o <u>alcance</u>:

$$\Delta S = v_{0x} \cdot t + \frac{at^2}{2}$$

Como estamos desconsiderando o atrito, a aceleração será nula na horizontal, e a velocidade da gotícula constante.

Compare o resultado com o passo 6 da PARTE 1, onde temos uma situação semelhante, porém ao invés de 1,8m foi simulado para uma altura de 2m.

Simulación C

Simulador: https://phet.colorado.edu/es/simulation/projectile-motion

- Abrir la simulación, colocar el blanco a 15 m del cañón.
- Seleccionar el tipo de proyectil: (NO seleccionar Resistencia del aire), apuntar el cañón de manera de tratar de dar en el BLANCO, registrando los valores en la tabla:

DATOS	**1º INTENTO**	**2º INTENTO**	**3º INTENTO**
Proyectil:			
Masa (kg)			
Veloc. Inicial (…….)			
Ángulo (……..)			
Alcance (…….)			
Altura (……..)			
Tiempo para alcanzar altura máxima (…….)			
Tiempo total (…….)			

RESPONDER:

1) Si se aumenta el ángulo, el proyectil llega más cerca o más lejos?
2) ¿Con qué ángulo se obtiene el mayor alcance?
3) ¿Con qué ángulo se obtiene la mayor altura? ¿Cómo se llama ese movimiento?
4) Si se aumenta la velocidad, el proyectil llega más cerca o mas lejos?
5) ¿Cree que el alcance (distancia horizontal) en un movimiento parabólico depende de la masa del cuerpo que lo describe? Emplear la simulación para verificar la respuesta, cambiando el objeto a lanzar. (registrar los valores obtenidos)
6) ¿Cree que la distancia vertical (altura máxima) de un objeto depende de la masa? Emplear la simulación para verificar la respuesta, cambiando el objeto a lanzar. (registrar los valores obtenidos)
7) Averiguar cuál es la gravedad en Júpiter y lanzar una pelota de fútbol en ese lugar. Compararla con la misma pelota (lanzada a la misma velocidad y con el mismo ángulo en la tierra). Registrar los valores de alcance y altura máxima y escribir las conclusiones obtenidas con respecto a la influencia de la gravedad en el tiro parabólico.

Simulación D: https://phet.colorado.edu/es/simulation/projectile-motion

- Abrir la simulación, colocar el blanco a 30 m del cañón.
- Seleccionar el tipo de proyectil: (NO seleccionar Resistencia del aire), apuntar el cañón de manera de tratar de dar en el BLANCO, registrando los valores en la tabla:

DATOS	**1º INTENTO**	**2º INTENTO**	**3º INTENTO**
Proyectil:			
Masa (kg)			
Veloc. Inicial (…….)			
Ángulo (……..)			
Alcance (…….)			
Altura (……..)			
Tiempo para alcanzar altura máxima (…….)			
Tiempo total (…….)			

1) Averiguar cuál es el record nacional de lanzamiento de jabalina. Colocar el blanco de la simulación a esa distancia y con la ayuda de la simulación determinar la velocidad y el ángulo de lanzamiento. Luego cambiar los valores de la gravedad (manteniendo la velocidad obtenida) y completar la tabla:

DATOS	**Alcance (g= 9.81 m/s^2)**	**Alcance (g= 7 m/s^2)**	**Alcance (g= 15 m/s^2)**
Velocidad de lanzamiento…….. ángulo…….			

Escribir conclusiones sobre el efecto que produce en el tiro parabólico, de la gravedad del lugar donde se realiza.

¿Dónde será mejor tratar de batir un record en lanzamiento de jabalina cerca de los polos o cerca del Ecuador? (Averiguar los valores de la gravedad en esos lugares).

2) Lanzar un humano a una velocidad de 10 m/s y con un ángulo de 35º y calcular con las fórmulas correspondientes (verificando los resultados con la simulación):
   a. Tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima.
   b. Tiempo que que tarda en tocar tierra.
   c. Altura máxima.
   d. Alcance.
   e. Velocidad vertical, velocidad horizontal y velocidad resultante a los 1,2 s.
   f. Posición vertical a los 1,2 s. y posición horizontal a los 1,2 s.
   g. Hacer un gráfico aproximado con la trayectoria del proyectil y marcar la posición a los 1.2 s y los vectores velocidad en ese tiempo.

3) ¿Qué tipo de movimiento realiza un proyectil en dirección horizontal? (MRU o MRUV) ¿Por qué?

4) ¿Qué tipo de movimiento realiza un proyectil en dirección vertical? (MRU o MRUV) ¿Por qué?

5) ¿Cuál de los dos movimientos está infuenciado por la gravedad, el horizontal o el vertical?

Lanzamiento vertical y caída libre

1.- Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 30 m/seg.
a) ¿Cuál será la velocidad del cuerpo a 2 seg? ¿Después del lanzamiento?
b) ¿Cuánto tarda el cuerpo en llegar al punto más alto de su trayectoria?
c) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por el cuerpo?
d) ¿A qué velocidad regresa el cuerpo al punto de lanzamiento?
e) ¿Cuánto demoro en descender?

2.- a) ¿Con qué velocidad debe lanzarse verticalmente una pelota hacia arriba para que llegue a una altura de 15,2 m? (17,16 m/seg.)
b) ¿Cuánto tiempo estará en el aire? (3,52 seg.)

3.- De la boquilla de una ducha está goteando agua al piso que se encuentra a 2,05 m abajo. Las gotas caen a intervalos de tiempos regulares, llegando al piso la primera gota en el momento en que la cuarta gota comienza a caer. Encontrar la posición de las diversas gotas cuando una de ellas está llegando al piso. (0,23 m – 0, 94 m)

4.- Se dispara un cohete verticalmente y sube con una aceleración vertical constante de 19,6 m/seg.^{2} durante 1 min. En ese momento agota su combustible y sigue subiendo como partícula libre.
a) ¿Cuál es la máxima altura alcanzada?
b) ¿Cuál es el tiempo total transcurrido desde el momento en que despega el cohete hasta que regresa al suelo?

5.- Se deja caer una piedra al agua desde un puente que está a 44 m sobre la superficie del agua. Otra piedra se arroja verticalmente hacia abajo 1 seg. Después de soltar la primera. Ambas piedras llegan al mismo al agua al mismo tiempo. ¿Cuál fue la velocidad inicial de la segunda piedra? (12,2 m/seg)

6.- Un perro que ve una maceta pasa frente a una ventana pegada al piso a 1,52 m de altura, primero de subida y luego de bajada. Si el tiempo total que ve la maceta es de 1 seg. Encontrar a qué altura sobre la ventana sube la maceta. (1,7 cm.)

7. En otro planeta, un móvil se arroja y tarda 4 segundos en llegar al piso, donde llega con una velocidad de 6 m/S. ¿Cuál es la aceleración de la gravedad en ese planeta?

8. En otro planeta, un móvil se arroja y tarda 8 segundos en llegar al piso, donde llega con una velocidad de 480 m/S. ¿Cuál es la aceleración de la gravedad en ese planeta?

9. Un proyectil se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 35m/s. ¿Cuánto tiempo tarda en llegar hacia su punto de velocidad máxima?
¿cuál es la altura correspondiente a la velocidad máxima?

10. Un proyectil se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 45m/s. ¿Cuánto tiempo tarda en llegar hacia su punto de velocidad máxima?

¿cuál es la altura correspondiente a la velocidad máxima?

11. Una pelota se lanza hacia arriba con una velocidad inicial de 44 m/s. ¿Cuál es su velocidad a los 2 segundos?

12. ¿Con qué velocidad inicial se debe disparar una flecha verticalmente hacia arriba para que alcance una altura de 110 metros en 5,4 segundos?

Taller movimiento acelerado

1.- Un automóvil que marcha a 60 m/seg frena y se detiene en 12 seg. Calcular su aceleración y espacio máximo recorrido (d en ecuación 4).

2.- ¿Qué velocidad inicial debería tener un móvil cuya aceleración es de 2 m/seg^2 para alcanzar una velocidad de 108 km/h a los 5 seg de su partida?(vi ecuación 4)

3.- Un móvil es capaz de acelerar 60 cm por seg en cada seg. ¿Cuánto tardará en alcanzar una velocidad de 100 km/h? (t en ecuación 3)

4.- Una esfera que parte del reposo se mueve durante 8 seg con velocidad constante de 10 cm/seg; luego comienza a frenarse con aceleración constante de -8 cm/seg^2, hasta que se detiene. ¿Qué distancia recorrió desde la partida y durante cuánto tiempo se ha movido?

5.- Un caminante parte del reposo y comienza a acercarse al Kiosco de la esquina de una calle a 20 m. El caminante va aumentado su velocidad a ritmo constante y al llegar es de 1,3 m/s. a) ¿Qué aceleración ha experimentado? (d en ecuación 4)

6.- Un cuerpo se mueve durante 7 seg con M.R.U. a una velocidad de 80 cm/seg después adquiere una aceleración de 30 cm/seg^2 y se mueve con M.R.U.A. durante 10 seg. ¿Qué distancia recorre en total? ¿Cuál es su aceleración en los primeros 7 seg? ¿Cuál es su velocidad al cabo de 17 seg?

7.- Un coche circula por la ruta del sol a una velocidad de 93 km/h, al ver una cámara de velocidad y frena durante 2s para pasar a una velocidad más moderada de 77 km/h, inferior a los 80 km/h que recomienda la señal de tráfico. a) ¿Qué desaceleración posee el vehículo?

8.- Un automóvil que parte del reposo, posee una aceleración constante, y tarda 2 seg en pasar por dos puntos distantes 24 cm. Su velocidad cuando pasó por el segundo punto es de 14,4 cm/seg. Hallar:

A) Velocidad cuando pasó por el primer punto (usar la ecuación 1)

9.- Un automóvil parte del reposo y adquiere una velocidad de 40,32 km/h en 8 seg:

a) Calcular la aceleración en m/ seg^2.

b) Si el automóvil continúa aumentado su velocidad en la misma proporción ¿Cuántos segundos son necesario para que adquiera una velocidad de 80,64 km/h?(t en la ecuación 3)

10.- Una avioneta parte del reposo para despegar del aeropuerto Olaya herrera, realiza un recorrido del 630 m.

a) ¿Cuál es su aceleración, supuestamente constante, si abandona el terreno en 15 seg después de su salida? (aceleración de la ecuacion2)

b) ¿Con qué velocidad (km/h) despegará? (vf de la ecuación 3)

11.- Un cuerpo que se mueve con una aceleración constante recorre el espacio que separa 2 puntos, distantes 54 m en 6 seg. Su velocidad cuando pasa por el terreno por el primer punto es de 4,5 m/seg.:

a) ¿Cuál es su aceleración?(“a” ecuación 2)

b) ¿Cuál es su velocidad en el segundo punto? (vf de la ecuación 3 ó 4)

una vez realizado el anterior taller- enviar en formato pdf a través de la plataforma moddle(sección plan de mejoramiento 2P) con copia al correo Javier.gomez@envigado.edu.co y así programar el examen virtual.